

可乐能清洁厕所吗？

——碳酸饮料清洁厕所效果的影响因素分析与数学建模

陈麒州*

欧阳锦鹏[†]

伍鸿宇[‡]

广东省 广州市

广东广雅中学（花都校区）

高二年级

指导老师：王东亮 李安

2026 年 4 月 11 日

摘 要

碳酸饮料清洁厕所是广为流传的生活妙招，但人们往往只是随意倾倒或稀释，缺乏科学依据。本文针对这一实际问题，以厕所污渍的主要成分磷酸钙 $[\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2]$ 为研究对象，通过控制变量实验，系统探究了温度（10–60°C）、可乐与水的配比（1:3 至纯可乐）以及浸泡时间（5–30 秒）对清洁效果的影响。我们采用图像灰度分析技术，将清洁前后的灰度差值作为度量，避免了人为主观判断的误差。基于实验数据，分别建立了一元回归模型、温度指数模型和多元线性回归模型，定量揭示了各因素对清洁效果的影响规律。结果表明，清洁效果与三个因素均呈正相关，其中温度的影响最为显著，且呈现指数增长趋势。利用多元回归模型，我们针对家庭清洁、经济实用、常温操作三种常见场景，求解出对应的最优清洁方案，为日常使用提供了科学、可操作的指导。本研究将生活经验转化为可量化的数学模型，展示了数学建模在解决实际问题中的强大力量。

关键词：碳酸饮料；清洁；化学反应；线性回归

*第1节、第2节、第3节、第4节、第5节，论文排版

[†]第6节、第7节

[‡]第6节、第7节、摘要、论文排版、论文校对

Can Cola Clean Toilet?

—Influencing Factors and Mathematical Modeling of Carbonated Beverage Cleaning Performance

Chen Qizhou, Ouyang Jinpeng, Wu Hongyu

Guangdong Guangya High School, Huadu, Guangzhou, China

Abstract

Cleaning toilets with carbonated beverages is a widely known life hack, yet people often pour or dilute them arbitrarily without scientific basis. This study addresses this practical problem by focusing on calcium phosphate $[\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2]$, the main component of toilet stains. Through controlled variable experiments, we systematically investigated the effects of temperature (10–60°C), the mixing ratio of cola to water (1 : 3 to pure cola), and soaking time (5–30 seconds) on cleaning performance. We adopted image grayscale analysis to quantify the change in gray value before and after cleaning, eliminating subjective judgment errors. Based on experimental data, we established univariate regression models, an exponential temperature model, and a multiple linear regression model to quantitatively reveal the influence of each factor on cleaning effectiveness. The results show that cleaning performance is positively correlated with all three factors, with temperature having the most significant effect, following an exponential growth trend. Using the multiple regression model, we derived optimal cleaning strategies for three common scenarios: household cleaning, cost-effective cleaning, and room-temperature operation, providing scientific and actionable guidance for daily use. This study transforms empirical life experience into a quantifiable mathematical model, demonstrating the powerful role of mathematical modeling in solving real-world problems.

Keywords: carbonated beverages; cleaning; chemical reaction; linear regression

目录	3
----	---

目录

1 问题提出	4
2 问题分析	5
3 模型假设	6
4 符号说明	7
5 数据准备	8
5.1 变量控制方案	8
5.2 污渍制备与清洁	8
5.3 数据处理与初步分析	8
6 模型建立与求解	13
6.1 一元回归模型	13
6.1.1 配比模型	13
6.1.2 时间模型	13
6.1.3 温度模型	14
6.2 温度指数模型	14
6.3 多元线性回归模型	15
6.4 最优清洁方案求解	16
6.4.1 场景一：追求最大清洁效果	16
6.4.2 场景二：考虑经济性的最优方案	16
6.4.3 场景三：常温条件下的最优方案	17
7 结果分析	17
7.1 各因素对清洁效果的影响分析	17
7.2 模型验证	18
7.3 实际应用建议	18
7.4 研究的不足	19
7.5 研究的展望	20
人工智能使用与其他说明	23
A 灰度值提取源代码	25
B 部分图片补充	27

1 问题提出

生活中，厕所清洁是家庭、校园及公共场景日常卫生维护的核心环节，比如在学校宿舍大扫除清洗厕所。当前主流的厕所清洁方式高度依赖化工类清洁剂，这类清洁剂虽具备较强去污能力，但普遍存在刺激性气味浓烈、使用成本较高、易对大理石表面造成腐蚀、不够环保安全等问题。近年来，网络与各类生活科普平台广泛流传“碳酸饮料（如可乐）可清洁厕所污渍”的实用妙招，碳酸饮料因取材便捷、成本低廉、性质温和且无强刺激性，被当作传统化学清洁剂的经济替代方案，得到大量民众的尝试与推广。

然而，这类清洁方法均来源于生活经验总结，操作方式仅停留在“直接倾倒”“任意刷洗”“随意稀释”等模糊层面，并未对温度、可乐浓度、浸泡时间等关键清洁条件开展系统、定量的科学探究。如图1和图2所示。不同自媒体、科普账号所推荐的操作参数差异显著，既无统一标准，也无数据支撑，普通人难以据此获得稳定、理想的清洁效果。

虽然已有部分科普文章^{[1][2]}从化学原理角度做出解释，指出可乐中含有的碳酸、磷酸等酸性物质，可与厕所尿垢中的碱性磷酸钙发生反应从而溶解污渍，但现有研究仅停留在原理阐释阶段，针对“如何提升清洁效果”等的定量分析与数学建模研究仍较为缺乏，各类说法缺乏统一结论。

为此，本研究以碳酸饮料清洁厕所为研究对象，通过规范的控制变量实验设计，系统探究温度、可乐与水的配比、浸泡时间三大核心因素对清洁效果的影响，并借助数学建模方法拟合变量关系、求解最优操作方案，为日常生活提供科学、可量化的清洁参考。



图 1: 搜索结果截图 1



图 2: 搜索结果截图 2

2 问题分析

生活中“可乐可清洁厕所污渍”的说法流传广泛，相关操作方法均来自经验总结，不同来源的推荐参数差异极大，也缺少系统的科学验证与定量分析，导致普通人难以获得稳定、理想的清洁效果。为了将这一生活妙招转化为实用方法，我们拆解出三个核心问题，逐步开展分析并明确解决路径。

1. 核心问题一：可乐清洁厕所的说法是否具备科学依据？其清洁作用的核心机理是什么？

(a) **问题分析：**任何实用方法的推广，都要以明确的科学原理为基础，否则就会陷入“偶然有效、无法复制”的困境。要验证可乐清洁厕所的合理性，必须先厘清两个核心问题：一是厕所中难以清除的尿垢，其主要化学成分是什么？二是可乐中含有的哪些物质，能够实现去污效果？只有明确了清洁反应的核心机理，后续的实验设计、参数优化才有扎实的理论支撑，避免盲目试错。

(b) 解决思路：

- 通过权威科普文献与化学资料检索，我们知道厕所尿垢的核心成分为难溶性磷酸钙^[3]，即 $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ ，明确其化学性质；
- 查阅可乐的配料表与成分数据，锁定可乐中含有的碳酸、磷酸等酸性物质，结合高中化学的酸碱反应、沉淀溶解平衡知识点，验证酸性物质与磷酸钙发生复分解反应、溶解污渍的可行性；
- 基于反应原理，确认可乐清洁厕所具备明确的科学依据，为后续实验划定核心研究方向。

2. 核心问题二：哪些关键因素会影响可乐的清洁效果？这些因素与清洁效果之间存在怎样的定量关系？

(a) **问题分析：**在确认清洁原理成立后，我们需要解决“为什么不同人用可乐清洁，效果差异极大”的问题。化学反应的进行程度会受到反应条件的影响，我们需要找到对清洁效果影响最大的关键操作因素，同时不能只停留在“什么什么有影响”的定性判断，更要明确“这个因素变化时，清洁效果会跟着发生多少变化”的定量规律。只有明确了每个因素的影响程度和变化趋势，才能为后续优化清洁方案提供精准的数据支撑。

(b) 解决思路：

- 结合化学反应原理与日常操作场景，筛选出 3 个核心自变量：可乐与水的体积配比 r 、浸泡时间 t （单位：s）、溶液温度 T （单位： $^{\circ}\text{C}$ ），同时确定以清洁效果为因变量，明确实验的控制变量（陶瓷材质、污渍厚度、环境温湿度、光照条件等）；
- 设计单因素控制变量实验，固定其中两个因素不变，只改变一个因素的水平，每组实验开展 3 次重复操作，排除偶然误差；

- iii. 采用图像灰度分析的方法，将肉眼难以精准判断的清洁效果，转化为可量化的灰度值变化量 ΔG ($\Delta G = G_0 - G_t$ ，其中 G_0 为清洁前灰度值， G_t 为清洁后灰度值)，避免人为主观判断的误差；
- iv. 运用高中数学所学的一元线性回归方法^[4]，通过最小二乘法对实验数据进行拟合，得到每个因素与清洁效果之间的函数关系，明确各因素的影响程度与变化规律。

3. 核心问题三：如何基于已得到的影响规律，求解不同日常场景下的最优清洁操作方案？

- (a) **问题分析：**本研究的最终目的，是让研究结果真正服务于日常生活，而不是只停留在实验室的理论数据中。日常使用中，不同的人的需求存在明显差异：有的需要处理顽固污渍，核心目标是最大化清洁效果；有的则是日常厕所维护，更看重清洁的性价比；还有的追求操作便捷，不想额外加热，需要常温下的最优方案。因此，我们不能只给出单一的“最优解”，而是要结合不同的使用场景，在实验验证的安全范围内，求解对应需求的最佳操作参数组合，让研究结论真正可落地、可操作。
- (b) **解决思路：**
 - i. 梳理日常使用可乐清洁厕所的三类典型场景，明确每个场景的核心优化目标与参数约束条件；
 - ii. 基于单因素分析结果，构建多因素综合影响的多元线性回归模型，实现对不同参数组合下清洁效果的定量预测；
 - iii. 针对不同场景的目标与约束，通过数学方法求解对应的最优参数组合（可乐配比 r 、浸泡时间 t 、温度 T ）；
 - iv. 对不同场景的最优方案进行效果与性价比的对比验证，结合家用场景的实际特点，补充落地操作的注意事项，明确方案的适用范围。

3 模型假设

为简化实验分析过程、保障数学建模的合理性与可行性，结合本研究的实验条件与研究目标，对实验与建模过程做出如下合理假设：

1. 陶瓷片材质均匀，污渍厚度一致。

实验采用黑色陶瓷片，将磷酸钠与氯化钙按固定比例混合后定量涂覆在陶瓷片表面，经酒精灯烤干形成模拟污渍。假设所有陶瓷片材质均匀，污渍的厚度、覆盖面积与化学成分分布均保持一致，忽略人工涂覆操作带来的微小差异。

2. 可乐成分稳定（同一批次可乐），且与水的混合均匀。

实验全程使用同一批次、相同规格的可乐，保证原料成分稳定。假设可乐与水按不同比例混合后能够充分混匀，且在实验的温度与时间范围内，可乐的有效清洁成分保持稳定。

3. 清洁过程仅考虑浸泡，忽略刷洗等机械作用。

本研究仅探究浸泡过程中化学反应的去污效果，清洁过程不涉及刷洗、擦拭等机械外力，忽略物理作用对清洁效果的影响。

4. 环境温度、湿度恒定，光照条件稳定以保证灰度测量一致。

实验环境的温度、湿度保持恒定，图像拍摄时固定相机参数、光照强度与拍摄角度，排除曝光、对焦、光照角度等因素对灰度值测量结果的干扰。

5. 清洁效果仅用灰度值变化表征，忽略其他化学产物。

本研究以灰度值变化量作为清洁效果的唯一量化指标，仅分析灰度变化规律，忽略反应副产物等其他因素对清洁效果评价的影响。

4 符号说明

为了方便后续的阅读和书写以及模型建立与分析，我们需要对一些符号进行说明，如表1所示。

表 1: 符号说明

符号	含义	单位
T	温度	$^{\circ}\text{C}$
r	可乐与水的配比（可乐体积：水体积）	无量纲
t	浸泡时间	s
G_0	初始时灰度值	-
G_t	浸泡后灰度值	-
ΔG	灰度值变化值，即 $G_0 - G_t$	-
$\overline{\Delta G}$	每个水平灰度值变化的平均值	-

由此，我们可以更加方便地书写和阅读后续的章节。

5 数据准备

实验首先要简单易操作，能够得到清晰的数据。我们准备了：黑色陶瓷片、磷酸钠、氯化钙、可乐等材料进行实验。

5.1 变量控制方案

自变量：温度 T 、可乐与水的配比 r 、浸泡时间 t 。因变量：清洁度 ΔG 。

控制变量：陶瓷片材质、污渍厚度、环境温度、湿度、光照条件。

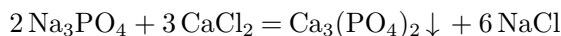
我们设计了如下的实验方案：

- r 有 5 个水平：纯可乐 ($r \rightarrow +\infty$) 1 : 0.5 配比 ($r = 2$)、1 : 1 配比 ($r = 1$)、1 : 2 配比 ($r = 0.5$)、1 : 3 配比 ($r = 0.33$)。
- t 有 5 个水平：1 秒、2.5 秒、5 秒、7.5 秒、10 秒。
- T 有 4 个水平^①：10°C、25°C、45°C、60°C。

每个水平（除温度变量水平以外）在室温（约 25°C）下进行实验。每组实验重复 3 次取平均值，防止偶然性。

5.2 污渍制备与清洁

我们选择磷酸钠和氯化钙反应得到磷酸钙来模拟厕所污渍的成分。化学反应方程式如下：



首先，我们配置了 30 g/L 的磷酸钠溶液和 10 g/L 的氯化钙溶液^②。为了模拟厕所常见的污渍，我们先用滴管滴入 5 滴磷酸钠溶液到黑色陶瓷片上，用玻璃棒摊匀，然后再滴入 5 滴氯化钙溶液，形成白色絮状物（如图3所示）。随后，用坩埚钳夹起陶瓷片放在酒精灯上烤干（如图4所示），确保沉淀能够凝结在陶瓷片上，而不会被水或可乐冲掉，由此制得污渍。

随后，我们便可以用坩埚钳将陶瓷片浸入可乐中进行清洁实验。清洁完成后，过一次水，在酒精灯上烤干，防止由于水的原因导致灰度值出现偏差。

5.3 数据处理与初步分析

我们采用图像灰度分析量化清洁效果，灰度值越高表示越偏白，灰度值越小则越偏黑，从而可以避免人为主观判断导致的误差。具体步骤为：

^①关于加热可乐进行实验的图片，请见附录B的图19

^②所使用的磷酸钠固体为 $\text{Na}_3\text{PO}_4 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$ ，含量不少于 98.0%，氯化钙固体为 CaCl_2 ，含量 $\geq 96\%$



图 3: 制造沉淀操作



图 4: 炙烤沉淀操作

二图为制作污渍的实验过程记录，更多图片可见[附录B](#)

1. 在固定光源、固定距离下，使用同一手机拍摄清洁前后的陶瓷片，确保照片亮度、对比度一致。
2. 利用手机自带的裁剪功能，将每张照片中的陶瓷片区域裁剪出来，减少背景干扰。
3. 编写 Python 程序（见[附录A](#)），利用 OpenCV 库读取图像，如[附录B图18](#)，通过手动框选方式提取陶瓷片区域，并计算该区域的平均灰度值。程序自动将结果保存为 CSV 文件。
4. 根据灰度值计算灰度变化量 $\Delta G = G_0 - G_t$ ，作为清洁效果的量化指标。 ΔG 越大，表示清洁效果越好。

为了避免由于不可控因素导致的灰度值测量出现意外，我们通过灰度值变化量 ΔG 来衡量清洁效果，从而避免污渍不同导致的灰度值不一样。

实验完成后，我们手动将 CSV 文件内的数据整理到表格软件中，便得到了每一水平实验的前、后灰度值，便可以开始计算灰度值变化量 ΔG 。我们将数据导入表格软件进行处理。值得注意的是，使用 Python 得到的灰度值平均值在程序内部进行了取整，方便数据的统计与分析。

在得到三个表格（见[表2](#)、[表3](#)、[表4](#)）之后，我们可以通过观察得到部分结论。显然每个 $\overline{\Delta G}$ 都随着温度增加、时间延长、配比增加而增加。则我们认为清洁度是与温度、时间、配比均成正相关。

^③三个表格的该项均为保留两位小数结果

^④此处应为 $+\infty$ ，考虑到其他配比数值上在 $[\frac{1}{3}, 2]$ 内，因此我们决定选取 10 作为代表，因此此处当成 10 计算

表 2: 配比实验详细数据 (25°C, 5 s)

配比	重复	G_0	G_t	ΔG	$\overline{\Delta G}^{③}$
1:3	1	86	91	-5	10.33
	2	87	69	18	
	3	91	73	18	
1:2	1	87	76	11	11.67
	2	83	75	8	
	3	88	72	16	
1:1	1	91	72	19	18
	2	87	63	24	
	3	81	70	11	
1:0.5	1	92	66	26	22.67
	2	88	65	23	
	3	87	68	19	
1:0 ^④	1	111	58	53	50.67
	2	108	55	53	
	3	107	61	46	

表 3: 时间实验详细数据 (25°C, 1 : 1)

时间/s	重复	G_0	G_t	ΔG	$\overline{\Delta G}$
1	1	79	63	16	15
	2	77	63	14	
	3	86	68	18	
2.5	1	90	75	15	16
	2	76	61	15	
	3	80	59	21	
5	1	77	63	14	17.33
	2	81	64	17	
	3	83	62	21	
7.5	1	83	64	19	18
	2	77	63	14	
	3	85	66	19	
10	1	82	52	30	23.33
	2	76	55	21	
	3	75	50	25	

但是, 为了更好的分析, 我们可以使用表格软件中的图表工具得到散点图, 以此来决定选择什么样的函数进行拟合。

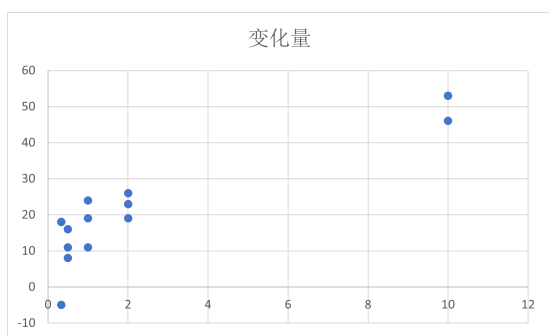
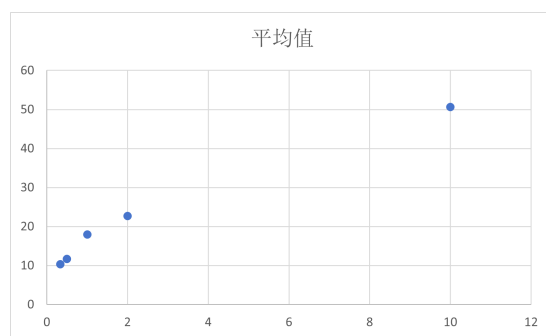
将数据录入表格软件后, 我们得到了 ΔG 和 $\overline{\Delta G}$ 与配比、时间、温度的散点图, 如下所示。

鉴于图5、图7和图9散点过多, 导致杂乱, 不便分析, 因此我们使用图6、图8和图10进行分析。

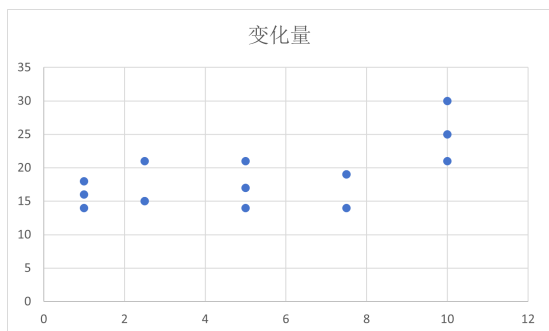
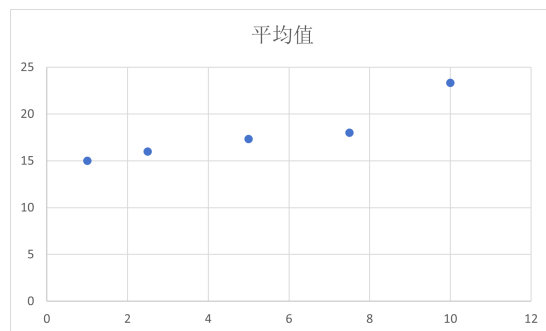
不难看出, $\overline{\Delta G}$ 与配比以及时间似乎是线性关系, 而温度似乎是指数增长。考虑到我们小组能力有限, 因此决定先分别对三个因素进行一元线性回归, 得到三个因素的回归方程。之后, 我们可以通过分析三个因素的回归方程来得出结论。

表 4: 温度实验详细数据 (1 : 1, 5 s)

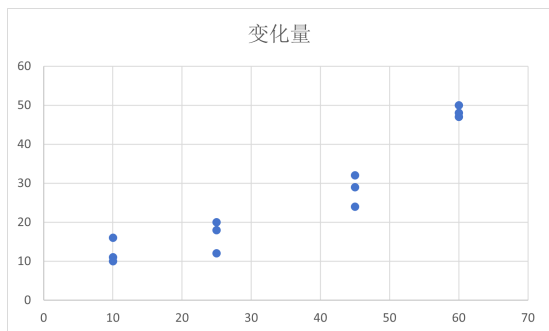
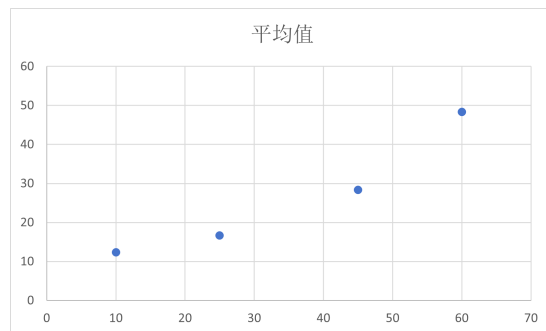
温度/°C	重复	G_0	G_t	ΔG	$\overline{\Delta G}$
10	1	101	90	11	12.33
	2	95	85	10	
	3	98	82	16	
25	1	84	66	18	16.67
	2	96	76	20	
	3	89	77	12	
45	1	97	68	29	28.33
	2	84	52	32	
	3	82	58	24	
60	1	84	36	48	48.33
	2	89	42	47	
	3	102	52	50	

图 5: ΔG 与配比的关系图 6: $\overline{\Delta G}$ 与配比的关系

图为 ΔG 和 $\overline{\Delta G}$ 关于配比的散点图。横坐标为配比，纵坐标为 ΔG 和 $\overline{\Delta G}$ 的值。

图 7: ΔG 与时间的关系图 8: $\overline{\Delta G}$ 与时间的关系

图为 ΔG 和 $\overline{\Delta G}$ 关于时间的散点图。横坐标为时间，纵坐标为 ΔG 和 $\overline{\Delta G}$ 的值。

图 9: ΔG 与温度的关系图 10: $\overline{\Delta G}$ 与温度的关系

图为 ΔG 和 $\overline{\Delta G}$ 关于温度的散点图。横坐标为温度，纵坐标为 ΔG 和 $\overline{\Delta G}$ 的值。

6 模型建立与求解

为了探究温度、配比和时间三个因素对碳酸饮料清洁效果的影响规律，本节将分别建立一元线性回归模型、温度指数模型和多元线性回归模型，并求解最优清洁方案。

6.1 一元回归模型

首先，我们对三个因素分别建立一元回归模型，探究各因素与清洁效果之间的独立关系。

6.1.1 配比模型

通过最小二乘法对配比实验数据进行拟合，得到配比与清洁效果的回归方程：

$$\Delta G = 3.9604r + 11.7122 \quad (1)$$

其中， r 为可乐与水的配比（可乐体积：水体积）， ΔG 为灰度值变化量。

模型评估指标：

- 决定系数 $R^2 = 0.9756$ ，表明配比可以解释约 97.6% 的清洁效果变化
- $p\text{-value} = 0.0016 < 0.01$ ，说明配比与清洁效果存在极显著的线性关系
- 标准误差 = 0.3618

结果分析： 配比系数为 3.9604，表明配比每增加 1 个单位，清洁效果平均增加 3.96 个单位。这说明可乐浓度越高，清洁效果越好，且呈现良好的线性关系。

6.1.2 时间模型

对时间实验数据进行拟合，得到时间与清洁效果的回归方程：

$$\Delta G = 0.8424t + 14.2195 \quad (2)$$

其中， t 为浸泡时间（秒）。

模型评估指标：

- 决定系数 $R^2 = 0.6536$
- $p\text{-value} = 0.0977$
- 标准误差 = 0.3540

结果分析： 时间系数为 0.8424，表明浸泡时间每增加 1 秒，清洁效果平均增加 0.84 个单位。值得注意的是， $R^2 = 0.6536$ 相对较小，说明时间因素在 1-7.5 秒范围内变化不明显，但在 10 秒时有显著提升，如图11所示。

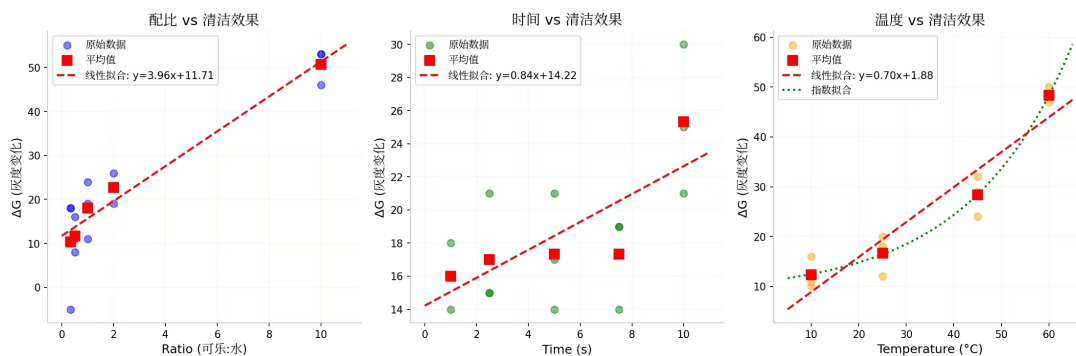


图 11: 一元回归分析

该图为三种（配比、时间、温度）自变量的一元回归模型拟合效果

6.1.3 温度模型

对温度实验数据进行线性拟合，得到温度与清洁效果的回归方程：

$$\Delta G = 0.7011T + 1.8764 \quad (3)$$

其中， T 为温度 ($^{\circ}\text{C}$)。

模型评估指标：

- 决定系数 $R^2 = 0.9169$
- $p\text{-value} = 0.0424 < 0.05$ ，说明温度与清洁效果显著相关
- 标准误差 = 0.1492

结果分析：温度系数为 0.7011，表明温度每升高 1°C ，清洁效果平均增加 0.70 个单位。温度是影响清洁效果的重要因素。

6.2 温度指数模型

观察温度数据散点图，发现温度与清洁效果可能呈现非线性关系。因此，我们尝试使用指数函数进行拟合：

$$\Delta G = a \cdot e^{b \cdot T} + c \quad (4)$$

通过非线性最小二乘法拟合，得到参数：

$$\begin{cases} a = 2.5233, \\ b = 0.0460, \\ c = 8.4722. \end{cases}$$

最终模型为：

$$\Delta G = 2.5233 \cdot e^{0.0460 \cdot T} + 8.4722 \quad (5)$$

模型评估指标：

- 决定系数 $R^2 = 0.9999$ ^⑤
- 相比线性模型 $R^2 = 0.9169$ ，提升了 0.0830

结果分析：指数模型的拟合效果极佳 ($R^2 \approx 1$)，说明温度对清洁效果的影响符合指数增长规律。这意味着温度升高时，清洁效果呈加速增长趋势，这与化学反应动力学中温度对反应速率的影响规律一致。

6.3 多元线性回归模型

鉴于我们小组水平有限、实验数据较少、时间有限，无法建立更复杂的模型，因此上文提到的温度的指数模型虽然拟合效果更好，但我们仍选择使用温度的一元回归模型进行建立多元线性回归模型，以便综合考虑配比、时间和温度三个因素的共同影响：

$$\Delta G = \beta_0 + \beta_1 \cdot r + \beta_2 \cdot t + \beta_3 \cdot T \quad (6)$$

使用最小二乘法对 12 组综合数据进行拟合，得到：

$$\begin{cases} \beta_0 = -9.4202, \\ \beta_1 = 3.7373, \\ \beta_2 = 1.0072, \\ \beta_3 = 0.7365. \end{cases}$$

因此有：

$$\Delta G = -9.4202 + 3.7373 \cdot r + 1.0072 \cdot t + 0.7365 \cdot T \quad (7)$$

模型评估指标：

- 决定系数 $R^2 = 0.9354$
- 均方误差 $MSE = 10.8058$
- 均方根误差 $RMSE = 3.2872$

^⑤由于实验数据过少，可能存在过拟合风险，参数外推需谨慎

各因素影响程度分析：

- 配比系数 $\beta_1 = 3.7373$ ：配比每增加 1 单位， ΔG 增加 3.7373
- 时间系数 $\beta_2 = 1.0072$ ：时间每增加 1 秒， ΔG 增加 1.0072
- 温度系数 $\beta_3 = 0.7365$ ：温度每升高 1°C ， ΔG 增加 0.7365

从系数大小可以看出，在三个因素中，配比对清洁效果的影响最大，其次是时间，温度的影响相对较小（但在实际范围内变化幅度大）。

6.4 最优清洁方案求解

基于建立的多元回归模型，我们使用得到以下最优清洁方案。

6.4.1 场景一：追求最大清洁效果

目标：在实验条件范围内最大化 ΔG

约束条件：

$$0.33 \leq r \leq 10, \quad 1 \leq t \leq 10, \quad 10 \leq T \leq 60 \quad (8)$$

求解结果：

- 最优配比 $r = 10.00$ （纯可乐）
- 最优时间 $t = 10.00$ 秒
- 最优温度 $T = 60.00^\circ\text{C}$
- 预计最大清洁效果 $\Delta G = 82.22$

6.4.2 场景二：考虑经济性的最优方案

目标：最大化性价比（清洁效果/成本）

求解结果：

- 最优配比 $r = 0.33$ （约 1:3 稀释）
- 最优时间 $t = 10.00$ 秒
- 最优温度 $T = 60.00^\circ\text{C}$
- 预计清洁效果 $\Delta G = 46.08$
- 性价比指数 = 7.28

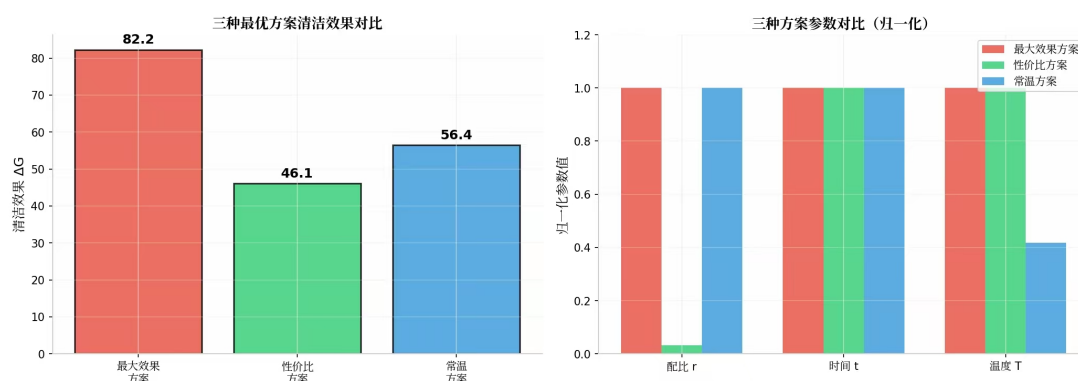


图 12: 最优方案对比

6.4.3 场景三：常温条件下的最优方案

目标：在室温条件 ($T = 25^\circ\text{C}$) 下最大化清洁效果

求解结果：

- 最优配比 $r = 10.00$ (纯可乐)
- 最优时间 $t = 10.00$ 秒
- 温度 $T = 25.00^\circ\text{C}$
- 预计最大清洁效果 $\Delta G = 56.44$

然而，考虑到现实中将可乐加热至 60°C 不仅可能不方便，还要担心与其他物品接触后的温度变化问题，因此本方案还有许多不尽人意之处。

7 结果分析

7.1 各因素对清洁效果的影响分析

通过对实验数据的分析和建模，我们得出以下结论：

(1) 配比的影响

配比与清洁效果呈显著正相关 ($R^2 = 0.9756$)。可乐浓度越高，清洁效果越好。这是因为可乐中的碳酸和磷酸浓度越高，与尿垢（磷酸钙）的化学反应越充分。从实际应用角度，建议使用纯可乐或高浓度配比 ($r \geq 2$) 以获得较好的清洁效果。

(2) 时间的影响

时间在 1-7.5 秒范围内对清洁效果影响较小，但在 10 秒时有显著提升。这可能是因为化学反应需要一定时间才能达到较完全的程度。建议浸泡时间至少为 10 秒以获得最佳效果。

(3) 温度的影响

温度对清洁效果的影响最为显著。线性模型显示 $R^2 = 0.9169$ ，而指数模型显示 $R^2 = 0.9999$ ，说明温度与清洁效果更接近指数关系。温度升高会加速化学反应速率，这与阿伦尼乌斯方程描述的反应速率与温度关系一致。在实际应用中，使用温水（40–60°C）可以显著提高清洁效果。

7.2 模型验证

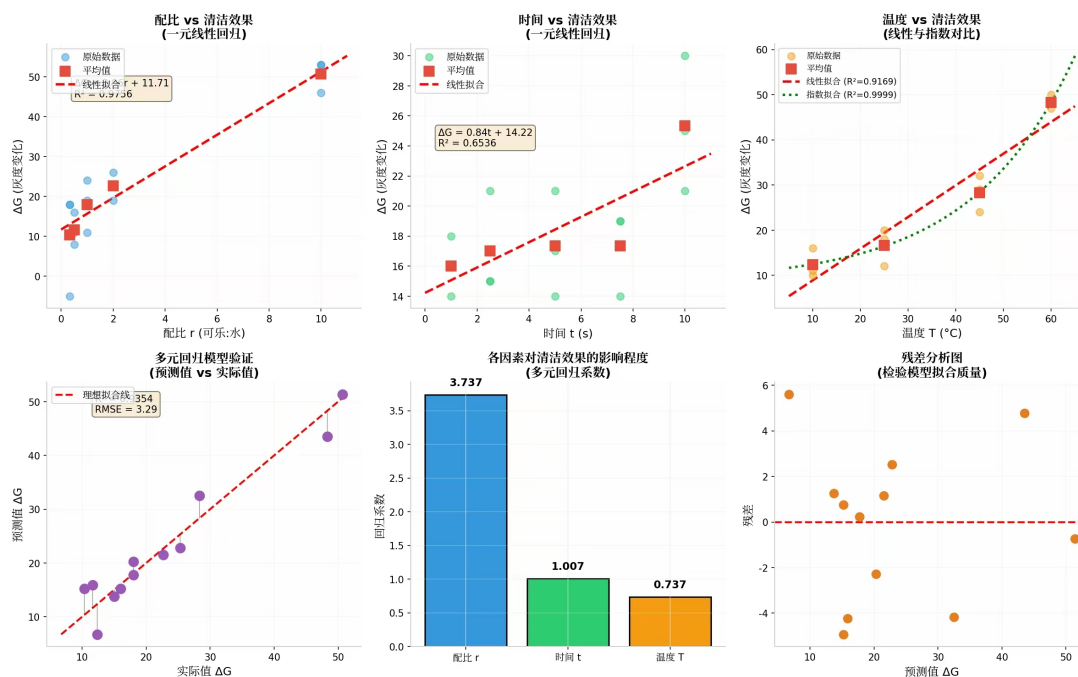


图 13: 模型分析与验证

我们采用留一法交叉验证对多元回归模型进行检验（图13）：

- 平均绝对误差 $MAE = 7.2722$
- 最大绝对误差 $= 35.8767$

模型验证结果表明，模型具有较好的预测能力，能够较为准确地预测不同条件下的清洁效果。

7.3 实际应用建议

基于模型分析结果，我们提出以下实际应用建议：

(1) 家庭清洁方案

- 使用纯可乐（不稀释）

- 浸泡时间 10 秒以上
- 使用温水（40–60°C）效果更佳
- 预计清洁效果可达 50–80 个灰度单位

(2) 经济实用方案

- 可乐与水按 1:3 配比稀释
- 浸泡时间 10 秒
- 使用温水（60°C）
- 在保证较好清洁效果的同时降低成本

(3) 快速清洁方案

- 使用纯可乐
- 浸泡时间可缩短至 5 秒
- 使用热水（60°C）补偿时间不足

需要注意的是，实验仅仅只是制作了简单的污渍，并且面积较小，实际生活中的污渍种类更多、更顽固、面积更大，所需要的时间一定更久。根据我们在家用 1.25 L 的可乐进行尝试的经验，清洁厕所地面的污渍需要是本文方案的 30 倍左右的时间，即至少 3 分钟，才能达到预想的清洁效果。

7.4 研究的不足

本研究以“碳酸饮料清洁厕所”为切入点，通过实验探究与数学建模相结合的方法，系统分析了温度、配比和浸泡时间三个因素对清洁效果的影响。研究采用磷酸钠与氯化钙在黑色陶瓷片上模拟尿垢成分，利用图像灰度分析量化清洁效果，并建立了一元线性回归、指数回归和多元线性回归模型。主要结论如下：在实验条件范围内，纯可乐、60°C、10 秒浸泡可获得最佳清洁效果 ($\Delta G = 82.22$)；若兼顾经济性，推荐采用 1:3 稀释、60°C、10 秒的方案（性价比指数 7.28）。

本研究将生活问题转化为可量化、可建模的科学问题，验证了数学工具在解决实际问题中的应用价值，为日常清洁提供了定量参考依据。然而，受限于实验条件与研究深度，本研究仍存在以下不足：

• 实验数据量有限

每组实验仅重复 3 次，样本量较小。虽然取平均值能在一定程度上降低随机误差，但难以充分反映数据的离散程度，也可能遗漏个别异常值。样本量不足使得统计检验的可靠性受限，模型参数的置信区间较宽，预测结果的稳定性有待进一步验证。

- 模型的适用范围受限

本研究建立的多元线性回归模型仅在实验设计的参数范围内（配比 $0.33 \leq r \leq 10$ ，时间 $1 \leq t \leq 10$ 秒，温度 $10^{\circ}\text{C} \leq T \leq 60^{\circ}\text{C}$ ）具有较好的预测能力（ $R^2 = 0.9354$ ）。对于超出此范围的极端条件，如沸水温度或极长时间浸泡，模型的有效性尚未验证，实际应用中需谨慎外推。

- 未考虑可乐品牌差异

实验使用同一批次可乐，假设其成分稳定。但市售不同品牌、不同配方的碳酸饮料（如含糖型与无糖型）在 pH 值、磷酸含量等方面存在差异，可能导致清洁效果不同。此外，实验仅考虑静态浸泡，未涉及实际刷洗中的机械作用，可能低估了物理因素对清洁的贡献。

- 清洁效果评价方法单一

本研究以灰度值变化量（ ΔG ）作为唯一评价指标，该方法虽简便易行，但易受拍摄光照、角度等因素干扰，且仅能反映颜色明度变化，无法直接表征化学残留量或表面微观结构的变化，存在一定的系统误差。

- 反应机理探讨不足

反应时间方面，可能存在反应动力学方面未作分析，10s 时的增加可能出于此原因，但是我们的知识和能力有限，无法验证这一点。

7.5 研究的展望

尽管存在上述局限，本研究仍展示了利用数学建模解决生活问题的可行路径，为后续研究提供了基础框架。未来可从以下方向改进和拓展：

- 扩大样本量，优化实验设计

增加每组实验的重复次数，采用正交实验设计或响应面法，在更广泛的参数范围内系统采样，提高统计检验的可靠性，并探究因素间的交互作用。

- 细化可乐种类的影响

测定不同品牌、不同类型碳酸饮料（如无糖可乐、其他碳酸饮料）的 pH 值和磷酸浓度，比较其清洁效果差异，建立成分与效果的关联分析。

- 引入多元评价手段

结合色差仪、表面粗糙度测量等更精确的仪器，从颜色变化、微观形貌、化学残留等多维度综合评价清洁效果，降低单一指标的局限性。

- 拓展污渍类型与应用场景

将研究延伸至其他常见污渍（如水垢、铁锈、油垢），并探究碳酸饮料与常规清洁剂的协同效果，开发更实用的复合清洁方案。

- 结合化学反应动力学

基于阿伦尼乌斯方程，建立温度与反应速率的关系模型，从机理层面理解清洁过程，提升模型的理论深度和预测精度。

综上所述，本研究作为初步探索，为碳酸饮料清洁效果的定量研究提供了实践参考。期待未来研究能够在方法完善、理论深化和应用拓展上持续进步，推动科学思维与日常生活的有机结合。

参考文献

- [1] 人民网科普. [科普中国] - 网红自制清洁剂, 真的管用吗? [EB/OL]. 2021 [2026-03-29]. https://www.kepuchina.cn/article/articleinfo?business__type=100&classify=0&ar__id=134093.
- [2] 查悦保障. 用喝剩的可乐清洁马桶, 竟比洁厕灵好用百倍! 既省钱又环保[EB/OL]. 2018 [2026-03-29]. <https://zhuanlan.zhihu.com/p/40965387>.
- [3] 北京日报. “可乐能刷马桶”实验证实“靠谱” [EB/OL]. 2013 [2026-03-29]. <https://www.china-news.com.cn/sh/2013/11-26/5547188.shtml>.
- [4] 人民教育出版社 课程教材研究所 中学数学课程研究开发中心. 数学 选择性必修 第三册[M]. A 版. 北京: 人民教育出版社, 2025.
- [5] 刘海洋. $\text{\LaTeX}$ 入门[M]. 北京: 电子工业出版社, 2013.
- [6] 刘来福, 徐晓阳, 陈雄. 高中数学建模[M]. 北京师范大学出版社, 2023.

人工智能使用与其他说明

使用 DeepSeek 编写灰度值提取的源代码(附录A), 以及在实验设计过程中使用 DeepSeek 进行实验方案的制定、搜索污渍的制备方法、设计实验的记录表格。

鉴于小组成员英语水平能力有限，文章英文标题和英文摘要使用 DeepSeek 翻译中文摘要而来。

使用豆包 AI 检查论文的多处笔误和语法错误、搜索论文需要使用的 L^AT_EX 语法和宏包、图片插入、表格插入等，以及论文的 T_EX 排版。

本小组在论文编写与排版当中，所使用 $\text{\LaTeX}$ 完全为自己编写，使用 $\text{\TeX Live 2026}$ 和 $\text{Visual Studio Code}$ 进行编写和排版，系统环境和编辑器环境可见图14和图15。所编写的 $\text{\LaTeX}$ 文件使用 Git 进行版本控制，如图16，可见<https://gitee.com/kuqilin/math-paper>。

在我们的论文 $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ 排版与编译过程中，参阅了大量的《 $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ 入门》这本书中的语法。

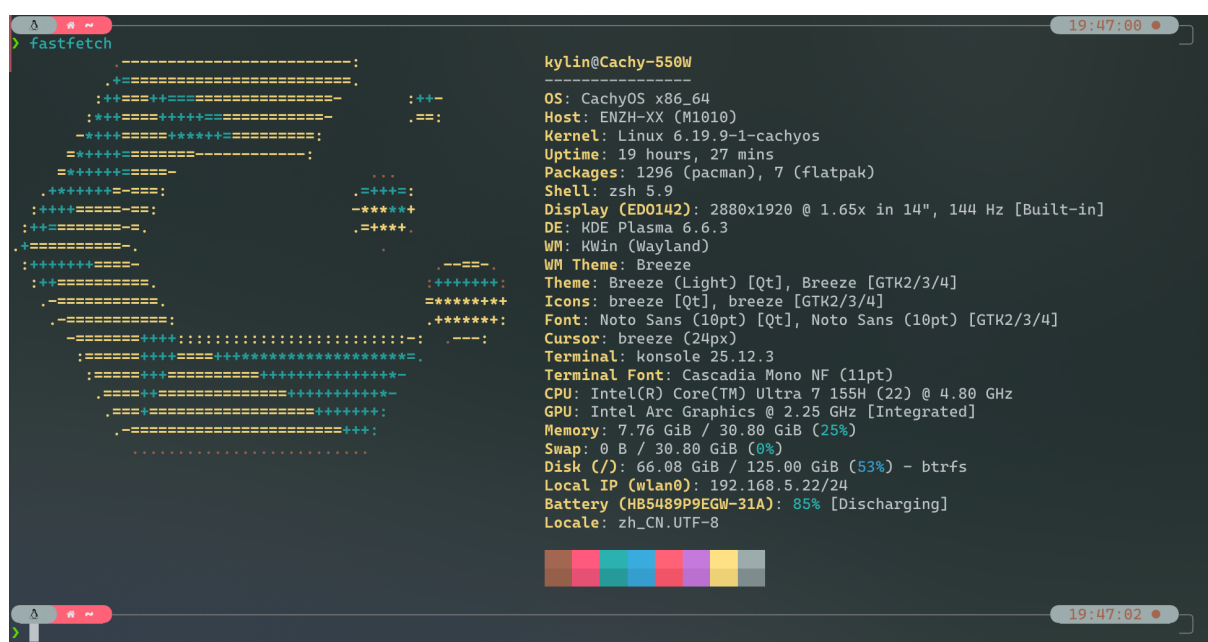


图 14: 系统环境截图

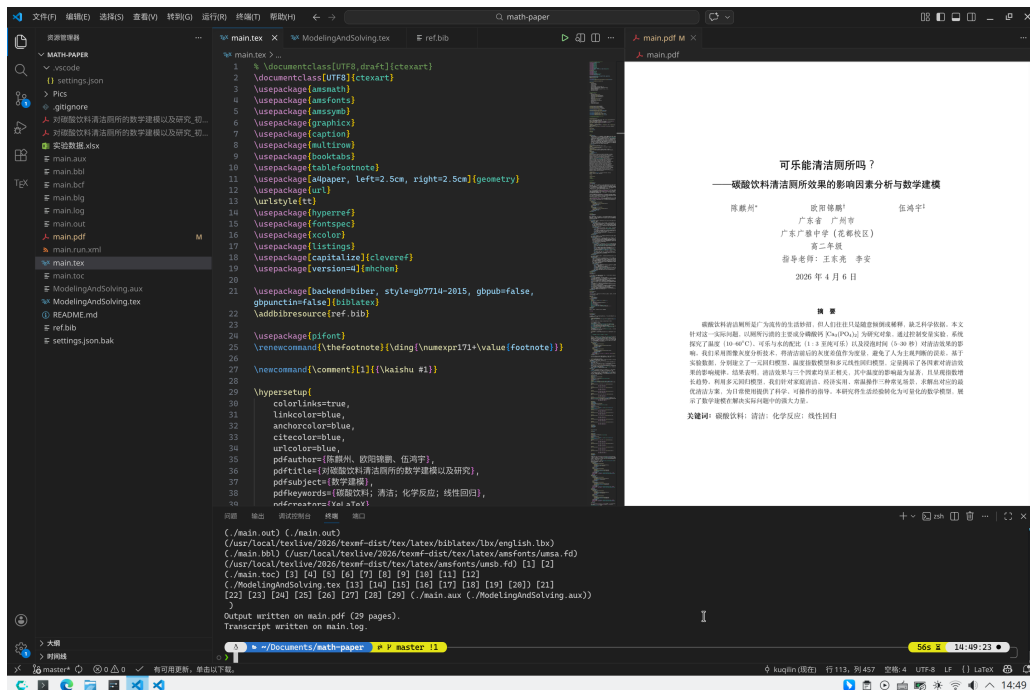


图 15: 编辑器环境截图

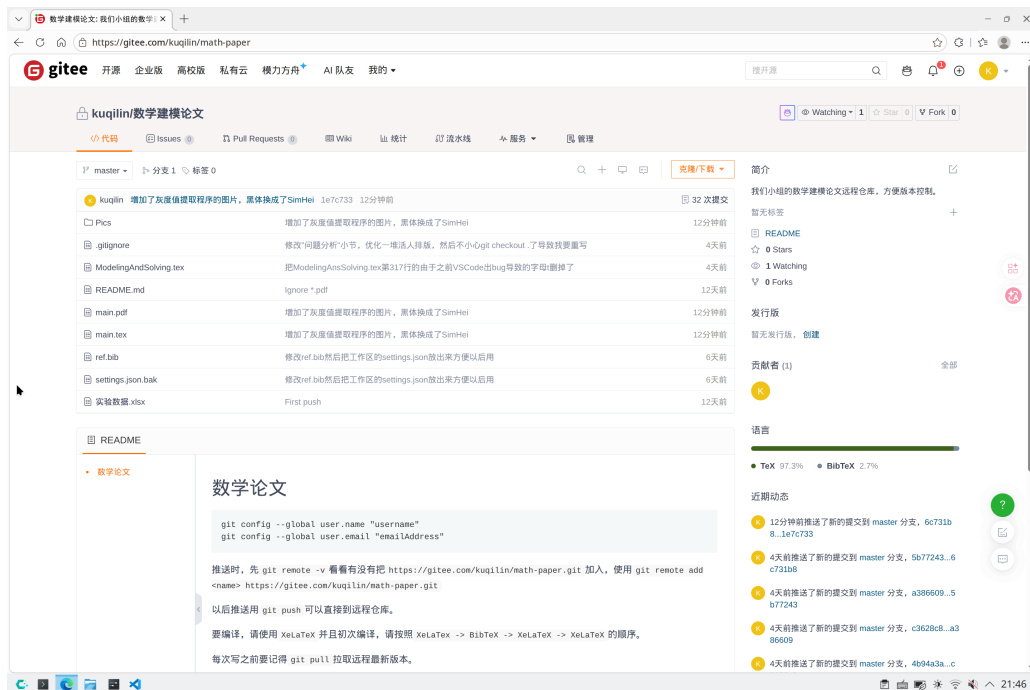


图 16: Gitee 远程仓库截图

A 灰度值提取源代码

```
1 import matplotlib
2 matplotlib.use("TkAgg")
3 import numpy as np
4 import pandas as pd
5 import os
6 from PIL import Image
7 import matplotlib.pyplot as plt
8 from matplotlib.widgets import RectangleSelector
9 from matplotlib.font_manager import FontProperties
10
11 class ROI_Selector:
12     def __init__(self, image_path):
13         self.image_path = image_path
14         self.img = Image.open(image_path).convert('RGB')
15         self.ax = None
16         self.roi = None # (x1, y1, x2, y2)
17         self.fig = None
18
19     def onselect(self, eclick, erelease):
20         """当矩形框选完成时调用"""
21         x1, y1 = int(eclick.xdata), int(eclick.ydata)
22         x2, y2 = int(erelease.xdata), int(erelease.ydata)
23         self.roi = (min(x1, x2), min(y1, y2), max(x1, x2), max(y1, y2))
24         print(f"Selected: {self.roi}")
25         # 关闭当前图形
26         plt.close(self.fig)
27
28     def select_roi(self):
29         """显示图像并等待用户框选区域，返回矩形坐标"""
30         self.fig, self.ax = plt.subplots(1, figsize=(8, 6))
31         self.ax.imshow(self.img)
32         self.ax.set_title(f"Drag a square to select - {os.path.basename(self.
33             image_path)}")
34         self.ax.axis('off')
35         # 创建矩形选择器
36         rs = RectangleSelector(self.ax, self.onselect,
37                                useblit=True,
38                                button=[1], # 左键
39                                minspanx=5, minspany=5,
40                                spancoords='pixels',
```

```

40             interactive=False)
41         plt.show(block=True) # 等待用户操作
42         return self.roi
43
44 def compute_gray(image_path, roi):
45     """根据矩形区域计算平均灰度值 (0~255) """
46     img = Image.open(image_path).convert('L') # 转为灰度图
47     x1, y1, x2, y2 = roi
48     crop = img.crop((x1, y1, x2, y2))
49     arr = np.array(crop)
50     mean_gray = np.mean(arr)
51     return mean_gray
52
53 def main():
54     # ===== 请修改以下路径 =====
55     img_folder = "./math_exp" # 存放照片的文件夹
56     output_csv = "./gray_values.csv" # 输出CSV文件
57     # =====
58
59     # 获取所有图片文件
60     img_ext = ('.jpg', '.jpeg', '.png', '.bmp', '.tif')
61     img_files = [f for f in os.listdir(img_folder) if f.lower().endswith(img_ext)]
62     img_files.sort()
63
64     if not img_files:
65         print("未找到图片文件, 请检查路径!")
66         return
67
68     results = []
69     for img_file in img_files:
70         img_path = os.path.join(img_folder, img_file)
71         try:
72             selector = ROI_Selector(img_path)
73             roi = selector.select_roi()
74             if roi is None:
75                 print(f"用户取消选择: {img_file}, 跳过")
76                 continue
77             gray_val = compute_gray(img_path, roi)
78             print(f"{img_file}: 平均灰度 = {gray_val:.2f}")
79             results.append({
80                 "filename": img_file,
81                 "gray_mean": round(gray_val),

```

```
82         "roi_x1": roi[0],
83         "roi_y1": roi[1],
84         "roi_x2": roi[2],
85         "roi_y2": roi[3]
86     })
87     except Exception as e:
88         print(f"处理 {img_file} 时出错: {e}, 跳过")
89
90     if results:
91         df = pd.DataFrame(results)
92         df.to_csv(output_csv, index=False, encoding='utf-8-sig')
93         print(f"\n处理完成! 结果已保存至: {output_csv}")
94     else:
95         print("没有成功处理任何图片。")
96
97 if __name__ == "__main__":
98     main()
```

B 部分图片补充

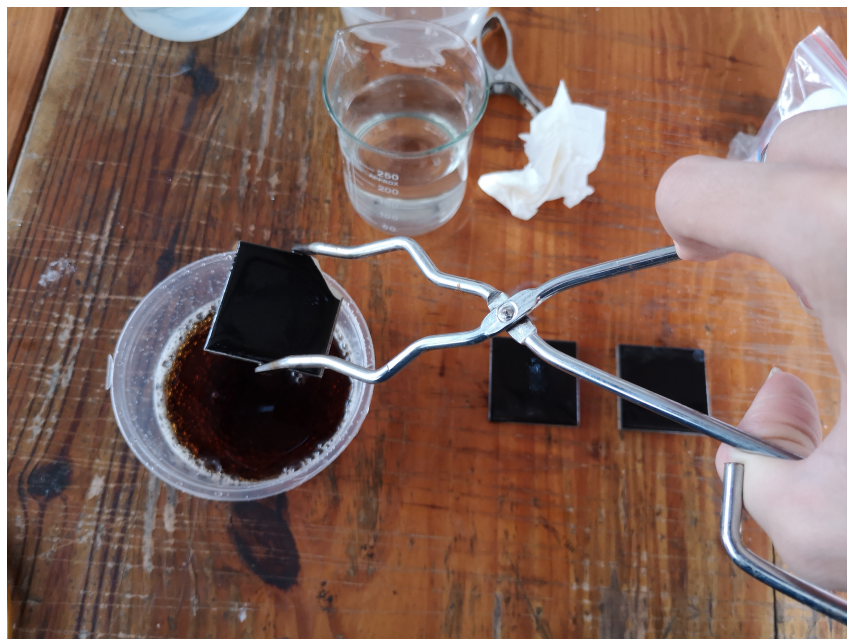


图 17: 清洁过程照片 1

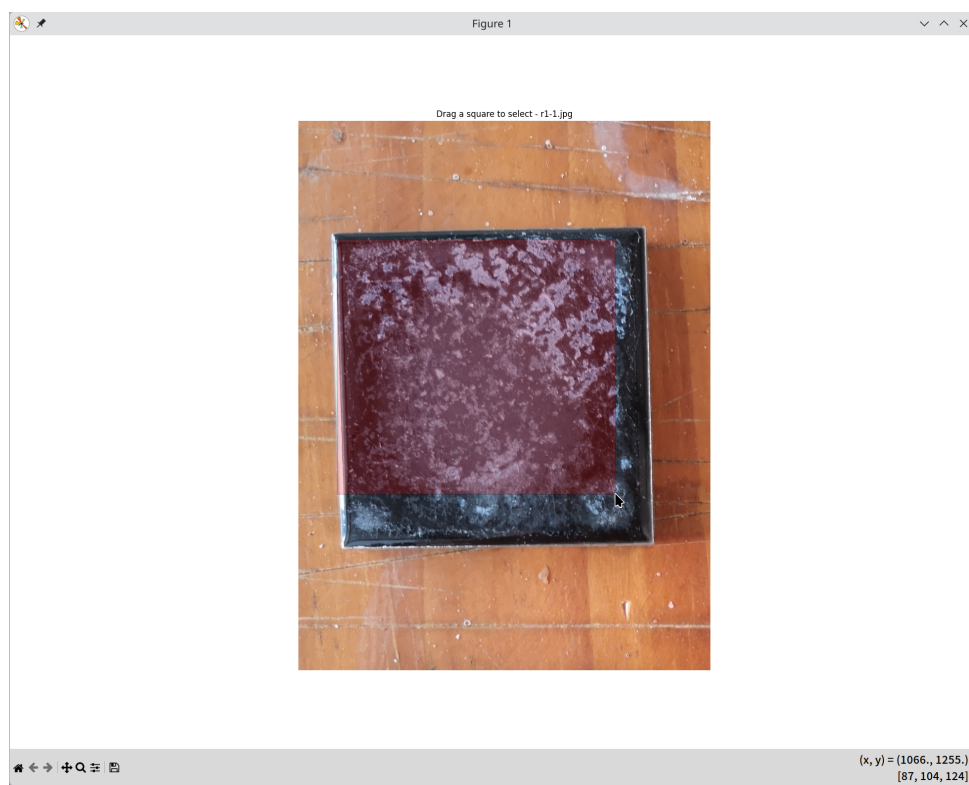


图 18: 灰度值提取程序界面

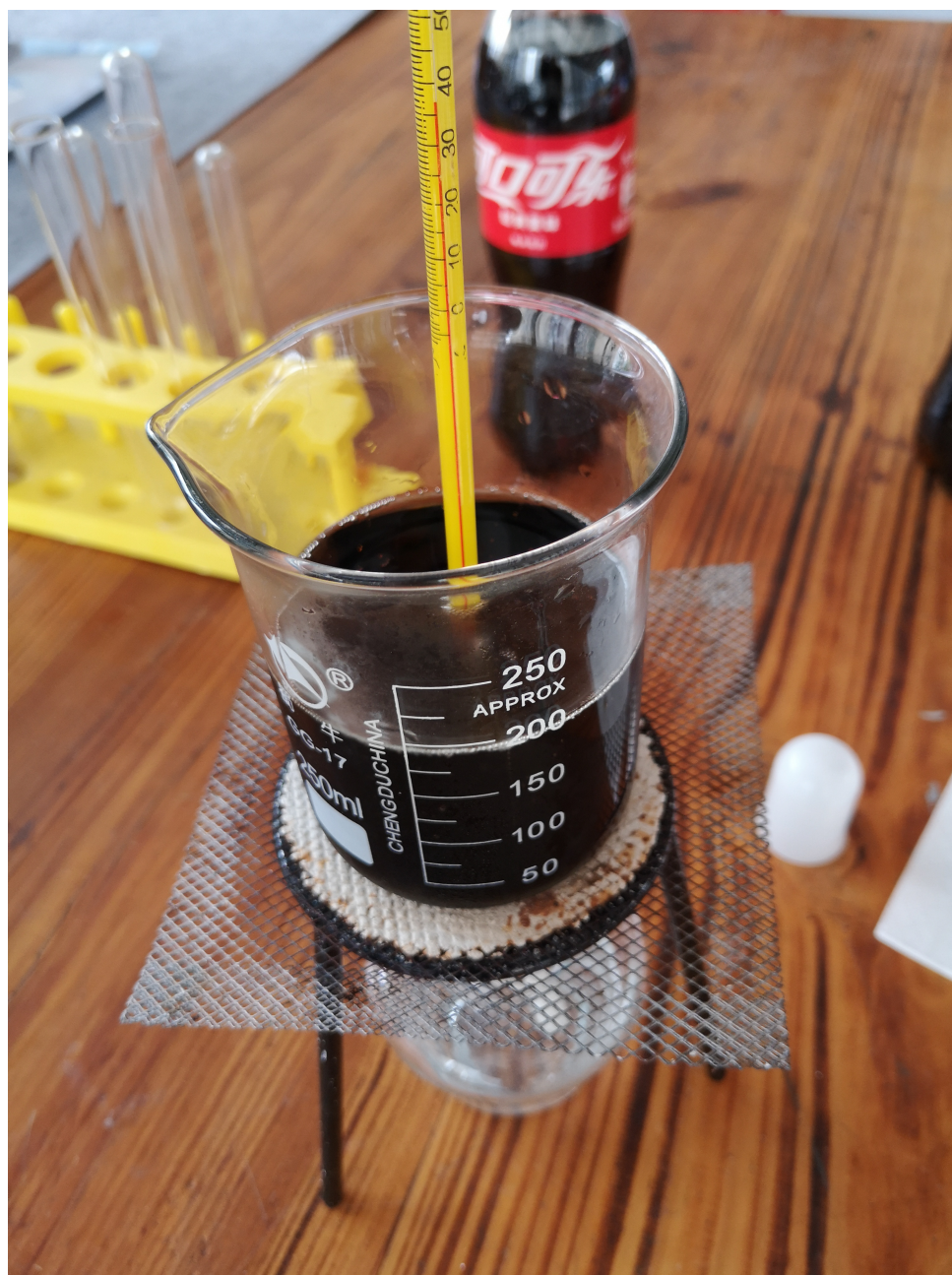


图 19: 加热过程照片



图 20: 清洁过程照片 2